

Cognome..... Nome .....

Esame di GEOMETRIA per Ing. Nautica - febbraio 2023-

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi quadrate. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

1) Trovare le radici complesse dell'equazione  $x^3 = 1 + i$ .

[ ]

2) Determinare che tipo di conica è la conica  $Q: x^2 + 4y^2 - 4xy + 4\lambda x + 4y = 0$  al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

[ ]

3) Per  $\lambda = 0$  trovare una forma canonica per la conica  $Q$  dell'esercizio 2).

[ ]

4) Trovare equazioni per la retta passante per il punto  $(2, 0, 2)$  e per la proiezione ortogonale sul piano  $\{z = 5\}$  del punto  $(1, -2, 0)$ .

[ ]

Sia data la matrice  $A = \begin{bmatrix} \lambda - 1 & 0 & 1 \\ 1 & \lambda - 1 & -2 \\ \lambda - 1 & 0 & \lambda - 1 \end{bmatrix}$ .

5) Determinare quante soluzioni ha il seguente sistema lineare al variare di  $\lambda \in \mathbb{R}$ :

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda + 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

[ ]

6) Per  $\lambda = 1$  la matrice  $A$  è diagonalizzabile? Se lo è, determinare una matrice diagonale simile ad  $A$ .

[ ]

7) Per  $\lambda = 3$  la matrice  $A$  è invertibile? Se lo è, determinare la matrice  $A^{-1}$ .

[ ]

Sia  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'endomorfismo associato alla matrice  $A$  mediante le basi canoniche.

8) Per  $\lambda = 1$ , determinare la dimensione di  $\text{Ker} f$  e di  $\text{Im} f$ .

[ ]

9) Se esistono, determinare i valori di  $\lambda$  per i quali il vettore  $(1, 0, 3)$  appartiene a  $\text{Ker} f$ .

[ ]

10) Dare la definizione di autovettore di  $f$ .

[ ]